ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

Т. XXVIII, № 1 СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ 1964

С. Т. БЕЛЯЕВ и В Г. ЗЕЛЕВИНСКИЙ

АНГАРМОНИЧНОСТЬ КОЛЕБАНИЙ СФЕРИЧЕСКИХ ЯДЕР

Известно, что низколежащие возбужденные состояния четно-четных сферических ядер имеют коллективную природу. Эта «коллективизация» проявляется, например, в сильном понижении энергии ω первого уровня и увеличении вероятности $E2$-периода из этого состояния в основное (для многих ядер B ($E2$; $2 \to 0$) в десятки раз превосходит одночастичные оценки и систематически возрастает с уменьшением ω).

Теория [1], учитывающая парные корреляции куперовского типа и квадрупольное взаимодействие между нуклонами, качественно объясняет природу коллективных возбуждений сферических ядер. Эти возбуждения представляют собой колебания квадрупольного момента ядра и существенно отличаются от гидродинамических колебаний. Квант такого возбуждения — квадрупольный «фонон» — с микроскопической точки зрения есть связанное состояние двух квазичастиц с полным моментом $I = 2$. Расчеты [2], основанные на этой теории, дают качественное согласие с экспериментом для величины ω и для хода ω и B ($E2$; $2 \to 0$) с числом нуклонов в верхней незаполненной оболочке.

В ряде случаев существуют, однако, регулярное превышение ω над экспериментальными данными, а также заметные флуктуационные отклонения от ядра к ядру.

Для объяснения эмпирических спектров рассматриваемых ядер предложен ряд феноменологических моделей [3—7], использующих определенное число параметров.

Простейшей является модель квадрупольных гармонических колебаний, которая предсказывает эквидистантный спектр, состоящий из вырожденных мультиплетов (например, второй уровень является триплетом 0^+, 2^+, 4^+). Согласно этой модели, возможны $E2$-переходы лишь между уровнями, принадлежащими соседним мультиплетам (число фононов меняется на единицу), причем, например:

$$\frac{B(E2;\ 22 \to 21)}{B(E2;\ 21 \to 0)} = 2.$$

Реальные ядра обладают спектрами, заметно отличающимися от простых предсказаний гармонической модели. Естественно предположение о возможности объяснения этих отклонений при помощи ангармонических поправок, возникающих при учете эффективного взаимодействия фононов между собой, т. е. отличия пары связанных квазичастиц в ядре от идеального бозевского возбуждения.

Введем для описания квадрупольных колебаний коллективные координаты α_μ и соответствующие импульсы π_μ ($\mu = 0, \pm 1, \pm 2$). Тогда самый общий гамильтониан, учитывающий ангармонические процессы в низшем приближении (т. е. распад одного фонона на два или три и рассеяние фо-

нонов друг на друге), будет иметь вид

$$H = H^0 + H^{(3)} + H^{(4)} = \frac{1}{2}\{\omega_0^2 (\alpha^2)_{00} + (\pi^2)_{00}\} + x' (\alpha^3)_{00} + x'' (\alpha (\pi^2)_2)_{00} + \\ + y' (\alpha^4)_{00} + \sum_{L=0,2,4} y_L ((\alpha^2)_L (\pi^2)_L)_{00} + y'' (\pi^4)_{00}. \quad (1)$$

Здесь ω_0 — частота квадрупольных колебаний (энергия первого уровня в гармоническом приближении), символ $(\ldots)_{LM}$ означает сложение с коэффициентами Клебша — Гордана в состояние с моментом L и проекцией M. Члены с y' и y'' содержат лишь по одной константе, так как гамильтониан должен быть скаляром, а у четырех квадрупольных фононов есть лишь одно состояние с моментом $I = 0$. Таким образом, произвольный ангармонический гамильтониан содержит семь независимых констант. Очевидно, что чисто феноменологическое введение такого числа констант не является удовлетворительным. Микроскопический анализ [8] структуры фононов позволяет установить определенные соотношения между параметрами гамильтониана (1).

Для осциллятора матричные элементы координаты пропорциональны $1/\sqrt{\omega_0}$, а импульса — $\sqrt{\omega_0}$. Согласно [8], соответствующие константы взаимодействия содержат поэтому безразмерные факторы $\sqrt{E/\omega_0}$ (для каждого оператора координаты) и $\sqrt{\omega_0/E}$ (для каждого оператора импульса), где E — средняя энергия одночастичных возбуждений*. Для интересующих нас ядер достаточно хорошо выполняется условие адиабатичности коллективных возбуждений по отношению к одночастичным: $\omega/E \ll 1$.

Микроскопическая теория, учитывающая спаривание и квадрупольное взаимодействие, позволяет выделить в гармоническом приближении коллективную ветвь спектра возбуждений системы с точностью до малого параметра $\Omega^{-1/2}$, где

$$\Omega = \sum_\nu g_\nu^2 \equiv \sum_\nu (2j_\nu + 1) \quad (2)$$

— полное число эффективных состояний в заполняющейся оболочке. Поэтому в гамильтониане (1) следует учесть лишь те члены, которые содержат в максимальной степени фактор E/ω, компенсирующий малость параметра (2). Такими «старшими» членами являются члены $x' (\alpha^3)_{00}$ и $y' (\alpha^4)_{00}$, не содержащие оператора импульса π. Как показано в [8], $x' \approx \Omega^{-1/2}$, $y' \approx \Omega^{-1}$, а поправки к энергии уровней, вычисленные по теории возмущений, имеют соответственно порядок $\omega\Omega^{-1}(E/\omega)^5$ и $\omega\Omega^{-1}(E/\omega)^3$, в то время как поправки от члена в (1), пропорционального x'', были бы порядка $\omega\Omega^{-1}(E/\omega)$. Член, содержащий y', следует сохранить, так как он может иметь принципиально отличную от члена с x' зависимость от заполнения.

Выделив указанным образом главные ангармонические поправки, можно подойти к задаче феноменологически, введя для каждого ядра два параметра (отвечающие константам связи в трех- и четырехфононном гамильтонианах) и вычислив при их помощи энергии уровней, волновые функции и вероятности электромагнитных переходов между состояниями. Ограничиваясь первым неисчезающим приближением теории возмущений, получим энергию $E(NI)$ состояний с числом фононов N и полным момен-

* При наличии куперовского спаривания E_ν отличается от одночастичной энергии, отсчитанной от поверхности Ферми $(\varepsilon_\nu - \lambda)$ и равна $E_\nu = 2\sqrt{(\varepsilon_\nu - \lambda)^2 + \Delta^2}$, где Δ — энергия спаривания.

том I (в единицах ω_0):

$$\begin{aligned} \omega &= E(12) = 1 - 6x + y, \\ E(20) &= 2\left(1 - 15x + \tfrac{3}{2}y\right), \\ E(22) &= 2\left(1 - \tfrac{18}{7}x + \tfrac{8}{7}y\right), \\ E(24) &= 2\left(1 - \tfrac{60}{7}x + \tfrac{8}{7}y\right), \end{aligned} \tag{3}$$

где величины x и y связаны с параметрами Г, γ_L работы [8] следующими соотношениями:

$$x = \tfrac{4}{9}\Gamma^2, \quad y = 4\left[\tfrac{2}{5}\sum_{L=0,\,2,\,4}\sqrt{2L+1}\,\gamma_L + \gamma_0\right]. \tag{4}$$

Оператор квадрупольного момента Q_μ, ответственный за $E2$-переходы между коллективными состояниями, пропорционален α_μ. Принимая за единицу приведенную вероятность $E2$-перехода из первого возбужденного состояния в основное, вычисленную в гармоническом приближении, получим с учетом ангармонических поправок:

$$\begin{aligned} B(E2;\, 12 \to 00) &= 1 - x - y, \\ B(E2;\, 22 \to 00) &= 2x, \\ B(E2;\, 22 \to 12) &= 2\left(1 - \tfrac{107}{7}x - \tfrac{1}{\sqrt{5}}y\right), \\ B(E2;\, 20 \to 12) &= 2\left[1 + 2\left(1 + \tfrac{9}{\sqrt{5}}\right)x + \tfrac{1}{2}\left(5 - \tfrac{7}{\sqrt{5}}\right)y\right], \\ B(E2;\, 24 \to 12) &= 2\left[1 + 9\left(\tfrac{1}{\sqrt{5}} - \tfrac{16}{63}\right)x - \tfrac{1}{\sqrt{5}}y\right]. \end{aligned} \tag{5}$$

Из (5) видно, что $H^{(3)}$ делает разрешенными переходы, запрещенные в чисто гармоническом приближении (например $22 \to 00$), в то время как $H^{(4)}$ может менять число фононов лишь на четное число и поэтому не дает вклада в такие переходы. Интересно также, что в этом приближении $H^{(4)}$ не расщепляет уровней триплета с $I = 2$ и $I = 4$: все поправки к этим состояниям, возникающие от $H^{(4)}$, одинаковы. Согласно (5), сильнее всего изменяется по сравнению с гармоническим приближением $B(E2;\, 22 \to 12)$ из-за большого численного коэффициента перед x.

Формулы (3), (5) позволяют провести предварительное сравнение с результатами эксперимента данной модели, рассматриваемой чисто феноменологически. Для этого можно, например, определить для конкретных ядер параметры x и y из известных экспериментальных величин

$$\lambda_E = \frac{E(22)}{E(12)}, \tag{6}$$

$$R = \frac{B(E2;\, 22 \to 12)}{B(E2;\, 12 \to 00)}, \tag{7}$$

а затем вычислить при помощи найденного значения x величину

$$R' = \frac{B(E2;\, 22 \to 12)}{B(E2;\, 22 \to 00)} \tag{8}$$

и сравнить результат с экспериментом. Экспериментальные данные брались из работ [9—11]. Некоторые результаты такого сравнения видны из таблицы. Легко видеть, что модель ангармонических квадрупольных колебаний дает для ряда сферических ядер вполне разумные предсказания. Согласие с экспериментом гораздо хуже для ядер с $\lambda_E < 2$ (при этом обыч-

но, например, для Ge^{74}, Mo^{94}, Pt^{194} получается слишком большое значение y, т. е. теория возмущений заведомо неприменима). Отметим, что в большинстве случаев параметр $x \approx 0{,}01 \div 0{,}05$, а $|y|$ в среднем на порядок больше.

В пределах точности имеющихся немногочисленных экспериментальных данных удовлетворительные результаты получаются и для $B(E2;\ 24 \to 12)$. Например, в работе [10] различными методами были получены значения

$$\frac{B(E2;\ 24 \to 12)}{B(E2;\ 12 \to 00)},$$

равные 2,03; 2,78 (Pd^{108}) и 1,95; 2,50 (Pd^{110}) в предположении, что возбуждается только уровень 4^+ триплета. Простой расчет по формулам (6) с найденными для изотопов Pd параметрами x и y дает для этой величины значения 2,21 (Pd^{108}) и 2,00 (Pd^{110}).

Таким образом, модель ангармонических квадрупольных колебаний, взятая как феноменологическая, может конкурировать с известными моделями возбуждений сферических ядер.

Микроскопическое рассмотрение позволяет вычислить параметры x и y для каждого ядра, исходя из схемы одночастичных уровней и констант спаривательного f_0 и квадрупольного F взаимодействий, т. е. используя те же данные, что и для гармонического приближения [2].

Отметим, что при последовательном рассмотрении колебаний, кроме спаривания и квадрупольного взаимодействия, следует учитывать также парное взаимодействие частица — частица в состоянии с моментом $I=2$. Существенно, однако, что константа f_2 этого взаимодействия не является добавочным независимым параметром, так как для короткодействующих сил она с хорошей точностью выражается через аналогичную константу спаривания f_0: $f_2 = f_0/4$ [12]. Учет дополнительного взаимодействия приводит к перенормировке энергии фонона

$$\omega_0^2 = \tilde{\omega}_0^2 \Big/ \Big[1 + \frac{4}{3} f_2 S_1^2/S\Big], \tag{9}$$

где $\tilde{\omega}_0$ — энергия коллективного возбуждения с учетом только спаривания и квадрупольного взаимодействия [1, 2], а

$$S = \sum_\nu g_\nu^2 \sin^2 \vartheta_\nu E_\nu^{-3}, \quad S_1 = \sum_\nu g_\nu^2 \sin \vartheta_\nu E_\nu^{-2}, \tag{10}$$

$$\sin \vartheta_\nu = 2u_\nu v_\nu = 2\frac{\Delta}{E_\nu}. \tag{11}$$

При этом использовалось условие адиабатичности коллективных возбуждений по отношению к одночастичным ($\omega_0/\bar{E} \ll 1$) и отбрасывались выражения, аналогичные (10), но содержащие под знаком суммирования нечетную относительно поверхности Ферми величину

$$\cos \vartheta_\nu = u_\nu^2 - v_\nu^2 = 2\frac{\varepsilon_\nu - \lambda}{E_\nu} \tag{12}$$

(если бы суммирование по j-уровням можно было заменять интегрированием, то соответствующие интегралы были равны нулю). Из сравнения (10) и (11) следует, что учет членов с f_2 улучшает гармоническое приближение [2], так как ведет к систематическому уменьшению ω. Вклад одночастичных уровней в коллективное возбуждение, аналогично [8], дается

величиной

$$\chi_\nu^{(-)} = \sqrt{\frac{E_\nu}{2\omega_0}} \frac{g_\nu \sin \vartheta_\nu}{E_\nu^{3/2}} \left(S + \frac{4}{3} f_2 S_1^2\right)^{-1/2}. \qquad (13)$$

Тогда для константы в главном члене $\sim \alpha^3$ трехфононного взаимодействия получим

$$\Gamma = \frac{15}{\omega_0} \left\{ F \sum_\nu g_\nu \cos \vartheta_\nu \chi_\nu^{(-)2} W(j_\nu j_\nu 22;\ 2j_\nu) \sum_{\nu'} g_{\nu'} \chi_{\nu'}^{(-)} \sin \vartheta_{\nu'} - \right.$$
$$\left. - f_2 \sum_\nu g_\nu \sin \vartheta_\nu \chi_\nu^{(-)2} W(j_\nu j_\nu 22;\ 2j_\nu) \sum_{\nu'} g_{\nu'} \chi_{\nu'}^{(-)} \cos \vartheta_{\nu'} \right\}, \qquad (14)$$

W — коэффициент Рака. Как видно из (14), параметр трехфононного взаимодействия содержит суммы величин, нечетных относительно поверхности Ферми, и поэтому должен существенно уменьшаться

Феноменологические параметры ангармоничности и отношения приведенных вероятностей $E2$-переходов для некоторых ядер

Ядро	λ_E	R	x	y	R'	
					экспериментальное	теоретическое
Ge^{74}	2,00	0,69	0,024	—0,54	10	42
Se^{76}	2,20	0,68	0,038	—0,21	26	26
Se^{78}	2,13	1,2	0,023	—0,11	30	43
Se^{80}	2,17	1,52	0,021	0,10	21	47
Mo^{94}	1,81	0,58	0,013	—0,96	29	77
Mo^{100}	1,98	1,3	0,013	—0,34	25	77
Ru^{100}	2,54	0,48	0,066	0,32	12	15
Ru^{102}	2,33	0,62	0,049	—0,002	25	20
Pd^{106}*	2,17	1,55	0,022	—0,11	43	45
Pd^{108}*	2,16	0,85	0,032	—0,22	26	31
Pd^{110}*	2,19	1,25	0,027	—0,02	34	37
Cd^{110}	2,25	1,47	0,027	0,22	30	37
Cd^{112}	2,12	1,74	0,013	0,09	76	77
Cd^{114}	2,17	1,67	0,018	0,16	69	56
Te^{124}	2,19	1,64	0,020	0,19	46	50
Os^{192}	2,36	0,75	0,048	0,11	12	21
Pt^{194}	1,89	0,60	0,018	—0,78	150	56

* Имеющиеся данные исправлены согласно результатам работы Д. Г. Алхазова, В. Д. Васильева, Ю. П. Гангрского, И. Х. Лемберга, Ю. И. Удралова, доложенной на настоящей конференции.

при удалении от границ оболочки. Это и может служить причиной численной малости параметра x (таблица). Оценки для ряда конкретных ядер по формуле (14) дают правильный порядок величины параметра x (например, для изотопов Pd получается $x = 0{,}01 \div 0{,}02$ с правильной тенденцией изменения от одного изотопа к другому). Как следует из таблицы, параметр y сильно флуктуирует от ядра к ядру, в ряде случаев меняя даже знак. Его величина оказывается чрезвычайно чувствительной к изменению экспериментальных значений R, точность которых пока еще невелика.

Для правильного микроскопического вычисления параметра y необходим более точный учет взаимосвязи коллективных и одночастичных возбуждений.

По модели ангармонических квадрупольных колебаний можно рассчитать и ряд других характеристик ядерных спектров. В частности, например, оценки матричных элементов $E0$-переходов по этой модели находятся в удовлетворительном согласии с экспериментальными данными для Cd^{114} [11].

Дальнейшее накопление и уточнение опытных результатов имеет большое значение для возможности отдать предпочтение одной из имеющихся моделей возбужденных состояний сферических ядер. При этом необходимо иметь в виду, что ни одна из существующих моделей, включая и предлагаемую, пока не в состоянии правильно предсказать относительное положение расщепленных уровней триплета, поскольку оно меняется флуктуационным образом в зависимости от индивидуальных особенностей схемы уровней каждого конкретного ядра. Поэтому имеет смысл брать из эксперимента лишь сдвиг триплета «как целого» по сравнению с эквидистантным спектром (т. е. величину λ_E или, быть может, $E(24)/E(12)$). Кроме того, для проверки существования триплета следует тщательно систематизировать поведение 0^+-уровней от ядра к ядру. Основное же сравнение следует проводить по значениям вероятностей электромагнитных переходов, причем особенно интересны абсолютные значения этих вероятностей, определяемые структурой возбужденных состояний и, следовательно, существенно различные в разных моделях. По-видимому, критическими в этом смысле могут оказаться также измерения квадрупольного момента ядер в возбужденных состояниях и изотопического смещения атомных уровней.

Авторы благодарны Д. П. Гречухину за полезные обсуждения.

Литература

1. Belyaev S. T., Mat.-fys. Medd. Kgl. Dan. Vid. Selsk., 31, No. 11 (1959); Беляев С. Т., Ж. эксперим. и теор. физ., 39, 1387 (1960); Baranger M., Phys. Rev., 120, 957 (1960).
2. Kisslinger L. S., Sorensen R. A., Mat.-fys. Medd. Kgl. Dan. Vid. Selsk., 32, No. 9 (1960); T. Tamura, Udagawa T., Prog. Theor. Phys., 26, 947 (1961).
3. Bohr A., Mottelson B., Mat.-fys. Medd. Kgl. Dan. Vid. Selsk., 27, No. 16 (1953); Scharff-Goldhaber G., Weneser J., Phys. Rev., 98, 212 (1955).
4. Wilets L., Jean M., Phys. Rev., 102, 788 (1956).
5. Raz B. J., Phys. Rev., 114, 1116 (1959).
6. Давыдов А. С., Филиппов Г. Ф., Ж. эксперим. и теор. физ., 35, 440 (1958).
7. Davydov A. S., Chaban A. A., Nucl. Phys., 20, 499 (1960); Давыдов А. С., Ростовский В. С., Чабан А. А., Вестн. МГУ. Сер. физ.-астрон., № 3 (1961).
8. Беляев С. Т., Зелевинский В. Г., Ж. эксперим. и теор. физ., 42, 1590 (1962).
9. Van Patter D. M., Nucl. Phys., 14, 42 (1959/60); Cohen B. L., Price R. E., Phys. Rev., 118, 1582 (1960); Гангрский Ю. П., Лемберг И. Х., Изв. АН СССР. Сер. физ., 26, 1001 (1962); Stelson P. H., Mc Gowan F. K., Phys. Rev., 121, 209 (1961).
10. Eccleshall D., Hinds B. M., Yates M. J. L., Nucl. Phys., 32, 190 (1962).
11. Грошев Л. В., Демидов А. М., Луценко В. Н., Пелехов В. И., Изв. АН СССР. Сер. физ., 26, 979 (1962).
12. Belyaev S. T., Selected topics in nuclear theory. Internat. Atomic Energy Agency. Vienna, 291 (1963).